文章编号:1000-4939(2024)06-1385-09

# 考虑应变率变化的岩石变形统计 损伤模拟适用性分析

张超1,2,朱东平2,杨楚卿1,颜桢炜2,夏真荣2

(1. 湖南科技大学岩土工程稳定控制与健康检测湖南省重点实验室,411201 湘潭; 2. 中铁五局集团有限公司,410007 长沙)

摘 要:针对应变率的变化影响岩石静动态变形破坏过程及其力学特性的特点,通过考虑应变率对岩石强度的影响,联系现有的静态岩石强度准则,建立能反映静动载荷条件下的岩石强度性质,且考虑应变率变化的岩石强度准则泛函式。基于本研究建立的强度准则泛函式,结合 M-C 强度准则和 D-P 强度准则,分别确定两种不同的岩石微元强度的合理度量方法,进而引入统计损伤理论,考虑岩石损伤阈值的影响,建立岩石静动态统计损伤本构模型,并提出静动态模型参数确定方法,从而建立考虑应变率变化的岩石变形过程模拟方法。通过与现有同类模型理论曲线以及相应试验曲线的比较分析得出:该模型不仅能模拟静载荷条件下的岩石变形过程,还能模拟动载荷条件下的岩石变形过程,适用于模拟不同应变率条件下的岩石变形破坏过程,且与试验曲线较为贴合。

关键词:岩石力学;统计损伤;强度准则泛函式;应变率;本构模型

中图分类号:TU452

文献标志码:A

**DOI**: 10. 11776/j. issn. 1000-4939. 2024. 06. 019

# Applicability of statistical damage simulation method of deformation process for rock deformation process considering strain rate variation

ZHANG Chao<sup>1,2</sup>, ZHU Dongping<sup>2</sup>, YANG Chuqing<sup>1</sup>, YAN Zhenwei<sup>2</sup>, XIA Zhenrong<sup>2</sup>

(1. Hunan Provincial Key Laboratory of Geotechnical Engineering for Stability Control and Health Monitoring,
Hunan University of Science and Technology, 411201 Xiangtan, China;

2. China Railway No. 5 Engineering Group Co., Ltd., 410007 Changsha, China)

**Abstract**: According to the characteristics of static and dynamic deformation and failure process and mechanical properties of rock affected by the change of strain rate, by considering the effect of strain rate on rock strength, and connecting with the existing static rock strength criterion, the rock strength criterion functional is established, which can reflect the rock strength property under static and dynamic load and consider the change of strain rate. Then, based on the strength criterion functional established in this pa-

收稿日期:2022-07-26 修回日期:2022-12-17

基金项目:湖南省自然科学基金资助项目(No. 2018JJ3163);湖南省教育厅科学研究资助项目(No. 21B0489);湖南省研究生创新科研资助项目(No. CX20210995)

通信作者:张超。E-mail:flyheartzc@hnust.edu.cn

引用格式:张超,朱东平,杨楚卿,等. 考虑应变率变化的岩石变形统计损伤模拟适用性分析[J]. 应用力学学报,2024,41(6):1385-1393. ZHANG Chao, ZHU Dongping, YANG Chuqing, et al. Applicability of statistical damage simulation method of deformation process for rock deformation process considering strain rate variation[J]. Chinese journal of applied mechanics,2024,41(6):1385-1393.

per, combined with M-C strength criterion and D-P strength criterion, two different reasonable measures of rock microelement strength are determined. Then the statistical damage theory is introduced to consider the effect of damage threshold, and the static and dynamic statistical damage constitutive model of rock is established, the simulation method of rock deformation process considering the change of strain rate is established. Finally, it is concluded that the model can simulate not only the process of rock deformation under static load but also the process of rock deformation under dynamic load. It is suitable to simulate the deformation and failure process of rock under different strain rates, and is in good agreement with the test curve.

Key words: rock mechanics; statistical damage; strength criterion functional; strain rate; constitutive model

利用统计损伤理论建立反映岩石变形破坏过程 的模拟方法是目前较为主流的方法,但岩石的变形 性质随着应变率变化有着显著差异。同一岩石在不 同围压或不同加载速率下得到的应力-应变曲线也 各不相同,因此对考虑应变率变化的统计损伤模拟 方法进行分析研究,具有极为重要的理论价值和工 程意义。

目前,岩石静态变形过程模拟研究主要是利用 破坏局部化带理论建立岩石变形破坏过程模拟方 法[1-2]。文献[1]根据岩石局部化带理论,结合岩石 变形特征以及细观链式模型建立岩石本构模型,该 模型能反映岩石静态变形过程的特点,同时也能反 映岩石破坏后仍具有残余强度的特点。但也存在缺 陷,主要表现为:模型参数过多,且确定较为困难;该 模拟方法需采用分段函数来描述岩石不同的变形阶 段,而阶段不同其函数表达形式也不同,难以统一, 实际应用不方便;该模型需要考率岩石裂隙的长度、 倾角等因素,故难以对不同条件下的岩石变形曲线 进行合理模拟。岩石动态变形过程模拟研究主要利 用元件组合理论建立元件组合模型[3-5]。文献[4] 将岩石视为由黏性体与损伤体组合成的并联体,结 合损伤理论与元件组合理论,建立了岩石动态损伤 模型以准确描述围压对岩石变形破坏过程的影响; 文献[5]采用元件组合的方式建立了由损伤体、 Maxwell 模型和三参量模型并联组成的砂岩本构模 型,它能合理模拟岩石动态变形过程以及各阶段的 变形特征。但文献[3-5]中的方法都存在共同的缺 点:为使构建模拟效果更好,反映岩石动态力学性质 的元件组合模型中,必须引入不同的元件进行组合, 导致模型复杂,参数过多且确定困难;但若引入的元 件数量较少,组合过于简单,则无法准确模拟岩石变 形破坏过程;不同的岩石其动态力学性质不同,因此 引入的元件和元件组合方式均会有所不同,从而导 致元件组合模型形式复杂,无法统一。

由此可以看出,上述两种岩石变形破坏过程的 模拟方法均存在不足与局限,而基于统计损伤理论 建立的本构模型[6-12],相对于前述两种模拟方法优 点更为显著。文献[7]通过探讨岩石的破坏机制并 结合统计损伤理论,建立了新型统计损伤演化模型, 能反映岩石不同阶段的变形特征以及岩石破坏后仍 具有残余强度的特点,该模型的函数表达式更为简 单;文献[8]根据岩石含初始缺陷以及弹性模量的 变化情况,建立了考虑初始缺陷与弹性模量的岩石 统计损伤本构模型,能反映不同围压下含初始缺陷 岩石的变形破坏全过程,实用性高,且模型参数确定 简单。但该方法仍存在缺陷:静态统计损伤模拟方 法[7,12] 是基于单一的静态岩石强度准则,无法反映 动载荷条件下岩石的强度变化以及动态变形特性, 也不能体现不同岩石强度准则对其模拟效果的影 响。显然,静态岩石强度准则不能反映岩石的动态 破坏机制,而静态到动态的转变取决于应变率的高 低,只要能充分考虑应变率对岩石变形特性的影响, 通过建立考虑应变率变化的岩石破坏强度准则,就 能够改善统计损伤模拟方法。

为此,本研究将对岩石强度准则深入探讨,建立 考虑应变率变化的岩石强度准则的泛函式;基于此 再确定合理的岩石微元强度度量方法,继而引入统 计损伤理论对岩石静动态变形过程作进一步研究, 提出适用于岩石静动态变形且考虑应变率变化的岩 石变形过程统计损伤模拟方法;同时也能反映不同 应变率条件下的岩石力学变形特性,以期完善岩石 变形过程模拟方法。

# 1 岩石变形破坏统计损伤理论

岩石变形破坏实际是微观结构中裂纹和缺陷的

孕育、扩展及相互贯通形成的,继而表现为岩石内部产生局部破碎、裂纹等缺陷,是从微观到宏观的跨尺度损伤演化过程,而统计损伤理论可作为联系微观本质和宏观表征的有效桥梁,为岩石变形损伤研究提供有效解决方法[13]。

探究岩石变形破坏的本质需要从微观结构出发,假设岩石由无数微元体组成,从岩石样本中取出非均质的微元块,然后将其均质化为代表性体积单元体(representative volume element,RVE),并利用强度统计理论描述体积单元体微元强度,随微元体强度的破坏与累计,基于连续损伤理论来反映岩石变形破坏的宏观特征。岩石内部缺陷的随机性以及微观结构的非均质性<sup>[13]</sup>,可用考虑损伤阈值影响的Weibull 分布函数来描述(图1),即

$$\varphi(\beta) = \frac{\gamma}{\beta_0} \left( \frac{\beta}{\beta_0} \right)^{\gamma - 1} \exp \left[ - \left( \frac{\beta}{\beta_0} \right)^{\gamma} \right] \tag{1}$$

式中: $\beta$  为分布特征值; $\beta$ 。和 $\gamma$  分别为尺度参数和形状参数。

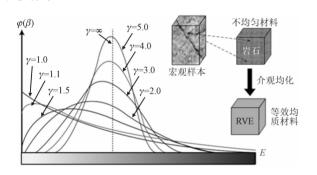


图 1 体积单元体的 Weibull 分布图

Fig. 1 Equivalent RVE characteristics and Weibull distribution

# 2 岩石强度破坏准则泛函式

由于本研究旨在引进统计损伤理论研究考虑应 变率变化的岩石静动态变形过程模拟方法,其关键 之处是要求使用的岩石强度准则能够反映不同应变 率条件下的岩石强度性质,从而使建立的本构模型 能够反映岩石的静动态变形特征。为此,应对岩石 强度准则进一步研究,建立考虑应变率变化的岩石 强度破坏准则泛函式。

在静载荷条件下,应变率较低,可忽略应变率对岩石强度的影响,使用静态岩石强度准则即能反映岩石的强度变化,而当应变率升高达到动载荷条件时,需考虑应变率对岩石强度的影响。因此,在静态强度准则的基础上,考虑应变率对岩石强度的影响,

将岩石强度分为两部分,可设考虑应变率变化的岩石强度准则泛函式为

$$f_{id}(\sigma) = f_i(\sigma^*) + f(\dot{\varepsilon}) \tag{2}$$

式中:  $f_i(\sigma^*)$  为由岩石静态强度准则确定的岩石强度;  $f(\varepsilon)$  为考虑应变率影响的岩石强度。

 $f_{\rm j}(\sigma^*)$  能够反映静载荷条件下岩石的强度变化,其具体表达式取决于使用的静态岩石强度准则。常用的静态岩石强度准则有 3 种,其中 M-C 强度准则是以实验为基础建立的准则,具有较好的合理性,D-P 强度准则常用于度量岩石微元强度,具有良好的应用效果<sup>[9]</sup>,两者在工程应用中均要优于 L-D 强度准则。因此,本研究拟选用 M-C 强度准则与 D-P 强度准则分别确定  $f_{\rm j}(\sigma^*)$ ,方便对统计损伤模拟方法的适用性研究进行对比分析。故基于 M-C 强度准则与 D-P 强度准则确定的  $f_{\rm j}(\sigma^*)$  表达式 [10,14] 分别为

$$f_{\mathbf{i}}(\boldsymbol{\sigma}^*) = \alpha_0 \boldsymbol{\sigma}_3 + k_0 \tag{3}$$

$$f_1(\sigma^*) = \alpha_1 I_1 + \sqrt{J_2} - k_1$$
 (4)

式中: $\sigma_3$ 为岩石的最小主应力; $\alpha_0$ 、 $\alpha_1$ 和  $k_0$ 、 $k_1$ 分别为与岩石屈服时黏聚力  $c_y$ 和内摩擦角  $\varphi_y$ 相关的常数;  $I_1$ 与  $I_2$ 分别为应力张量的第一不变量和应力偏量的第二不变量,其表达式为

$$\alpha_0 = (1 + \sin \varphi_v) / (1 - \sin \varphi_v) \tag{5}$$

$$k_0 = 2c_v \cos\varphi_v / (1 - \sin\varphi_v) \tag{6}$$

$$I_1 = \sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3' \tag{7}$$

$$J_2 = [(\sigma_1^{'} - \sigma_3^{'})^2 + (\sigma_1^{'} - \sigma_2^{'})^2 +$$

$$(\sigma_2^{'} - \sigma_3^{'})^2 / 6$$
 (8)

$$\alpha_1 = \sin \varphi_y / \sqrt{9 + 3 \sin^2 \varphi_y} \tag{9}$$

$$k_1 = 3c_y \cos\varphi_y / \sqrt{9 + 3\sin^2\varphi_y} \tag{10}$$

式中, $\sigma_i$ (i=1,2,3)为轴向有效应力。

在动载荷条件下,应变率对岩石强度的影响不可忽视,  $f(\dot{\varepsilon})$  需反映岩石强度与应变率变化之间的非线性关系<sup>[10]</sup>,为此本研究结合考虑应变率影响的强度准则<sup>[15]</sup>,确定  $f(\dot{\varepsilon})$  的表达式为

$$f(\dot{\varepsilon}) = A \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} + \frac{b (\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s)^n}{(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s)^n + 1}$$
 (11)

式中:A 为与温度相关的参数; $\dot{\varepsilon}$ 、 $\dot{\varepsilon}_0$  和 $\dot{\varepsilon}_s$  为与应变率相关的参数;b 和n 为材料常数。

将式(3)和式(11)代入式(2)中,则可得基于 M-C强度准则建立的泛函式具体表达式,即

$$f_{jd}(\sigma) = \alpha_0 \sigma_3 + k_0 + A \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} + \frac{b \left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s\right)^n}{\left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s\right)^n + 1}$$
(12)

同样,将式(4)和式(11)代入式(2)中,则可得基于 D-P 强度准则建立的泛函式的具体表达式,即

$$f_{jd}(\sigma) = \alpha_1 I_1 + \sqrt{J_2} - k_1 + A \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} + \frac{b \left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s\right)^n}{\left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s\right)^n + 1}$$
(13)

显然,对于静态问题,式(12)与式(13)右边的后两项均为0,可视 $f(\varepsilon)$ 为0,故岩石强度准则泛函式变为

$$f_{\rm jd}(\boldsymbol{\sigma}) = f_{\rm j}(\boldsymbol{\sigma}^*) \tag{14}$$

因此,式(2)可视为考虑应变率变化影响的岩石强度准则统一泛函式。相对于现有的动态强度准则,该泛函式既能解决岩石低应变率时的准静态问题,也能准确反映岩石高应变率时的动态问题,体现应变率对岩石强度的非线性影响,更具实用性。

# 3 岩石静动态统计损伤模拟方法

#### 3.1 岩石损伤模型基本表达式

基于统计损伤理论建立岩石变形模拟方法的过程中,建立岩石损伤模型是必不可少的步骤。因此,本研究基于应变等价性假设<sup>[16]</sup>,建立岩石损伤模型基本表达式,即

$$\sigma_{(i)jd} = \sigma_{(i)jd}^{'}(1 - D_{jd}) (i = 1, 2, 3)$$
 (15)  
式中:  $\sigma_{(i)jd}$  为岩石宏观名义应力;  $\sigma_{(i)jd}^{'}$  为岩石有效应力;  $D_{jd}$  为损伤变量。

在荷载作用下,可认为岩石由未损伤和损伤两部分材料紧密混杂构成,并假设未损伤部分服从广义胡克定律<sup>[14]</sup>,再根据变形协调原理<sup>[14]</sup>,可得

$$\sigma_{(i)jd} = E\varepsilon_i(1 - D_{jd}) + \mu(\sigma_{(g)jd} + \sigma_{(k)jd})$$
(16)

式中:E 和 $\mu$  分别为岩石的弹性模量与泊松比; $\varepsilon_i$  为岩石的宏观应变;i,g,k 为1,2,3 或2,3,1 或3,1,2。

#### 3.2 岩石统计损伤演化模型

假定荷载作用下的岩石由无数微元组成,并设岩石微元强度  $F_{jd}$  服从 Weibull 分布,考虑损伤阈值的影响,则可建立岩石统计损伤演化模型,即

$$D_{\rm jd} = \begin{cases} 1 - \exp[-(F_{\rm jd}/F_0)^m] & (F_{\rm jd} \ge 0) \\ 0 & (F_{\rm jd} < 0) \end{cases}$$

式中,m和  $F_0$ 均为岩石微元强度  $F_{jd}$ 的 Weibull 分布参数。显然,为使建立的岩石损伤演化模型能够考

虑应变率的变化,其关键在于岩石微元强度  $F_{jd}$  的合理度量。以往的微元强度度量方法 [7-12] 只能单方面地反映岩石静态或动态强度的变化性质,无法对静动态进行统一。为此,结合 M-C 强度准则与 D-P 强度准则,基于本研究前述提出的岩石强度破坏准则泛函式,可分别建立出岩石微元强度  $F_{jd}$  的度量方法,即

$$F_{jd} = \sigma'_{1jd} - \alpha_0 \sigma'_{3jd} - k_0 - A \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} - \frac{b \left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s\right)^n}{\left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s\right)^n + 1}$$
(18)

$$F_{jd} = \alpha_1 I_1 + \sqrt{J_2} - k_1 - A \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} - \frac{b \left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s\right)^n}{\left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s\right)^n + 1}$$
(19)

式中,  $\sigma'_{1jd}$ 、 $\sigma'_{3jd}$  分别为岩石所受最大和最小有效应力。与以往微元强度度量方法<sup>[7-12]</sup> 对比, 可知该两种度量方法继承了前述泛函式的优点, 适用于静动载荷条件, 反映了应变率对岩石微元强度的影响, 应用于岩石损伤演化模型中能反映岩石的静动态损伤机制, 进而完善考虑应变率变化的统计损伤模拟方法。

### 3.3 考虑应变率变化的岩石统计损伤本构模型

前述已建立出考虑应变率变化的岩石损伤演化模型,于是,将式(17)代入式(16)可得考虑应变率变化的统计损伤本构模型,即

$$\sigma_{(i)jd} = \begin{cases} E_{\mathcal{E}_i} \exp\left[-\left(F_{jd}/F_0\right)^m\right] + \mu\left(\sigma_{(g)jd} + \sigma_{(k)jd}\right), \\ (F_{jd} \geqslant 0) \\ E_{\mathcal{E}_i} + \mu\left(\sigma_{(g)jd} + \sigma_{(k)jd}\right), (F_{jd} < 0) \end{cases}$$
(20)

由式(20)可以看出,该模型反映了不同应变率下岩石变形过程中,应力与应变之间的非线性关系。由于本研究采用的岩石微元强度度量方法是基于统一强度准则泛函式建立的,它能反映应变率变化时岩石的变形特性,应用于该模型中能准确反映岩石的静动态变形力学机制。

#### 3.4 模型参数的确定方法

由式(20)可以看出,模型参数 m 和 F<sub>0</sub>的确定是 建立该模型的关键问题之一,而当岩石处于不同应 变率条件,采用的岩石微元强度度量方法有所变动, 相应的模型参数确定方法也随之改变。因此,根据 岩石所处载荷条件的不同,将模型参数分为静动态 两种进行分类确定,也有利于本研究建立的考虑应 变率变化的岩石变形过程统计损伤模拟方法适用性 研究。

#### 1)静态本构模型参数的确定方法

当岩石处于静载荷条件下,  $f(\varepsilon)$  部分可视为0。 因此,式(18)和式(19)的静态表达式分别为

$$F_{j} = \sigma'_{1jd} - \alpha_{0}\sigma'_{3jd} - k_{0}$$
 (21)

$$F_1 = \alpha_1 I_1 + \sqrt{J_2} - k_1 \tag{22}$$

式(21)和式(22)可分别作为基于 M-C 强度准则与 D-P 强度准则建立的静态岩石微元强度  $F_j$ 的度量方法,将其分别应用于本构模型中以模拟岩石的静态变形过程,两者相应的模型参数表达式有所差异,具体确定方法如下所述。

根据峰值点法 $^{[7,17]}$ ,假设 $\sigma_{j}^{sc}$ 和 $\varepsilon_{sc}$ 分别为常规岩石三轴应力-应变曲线峰值点对应的静态应力和静态应变,根据岩石三轴应力曲线的极值特性,即

$$\left. \frac{\partial \sigma_{1jd}}{\partial \varepsilon_1} \right| = 0 \tag{23}$$

岩石三轴压缩试验中 $, s_2 = s_3 ,$ 因此理论推导中 令  $s_2 = s_3 ,$ 再将  $\sigma_i^{sc}$  和  $\varepsilon_{sc}$ 代入式(16),可得

$$\sigma_{\rm id}^{\rm sc} = E\varepsilon_{\rm sc}(1 - D_{\rm id}) + 2\mu\sigma_3 \tag{24}$$

根据式(23),分别对式(17)的第一式和式(24) 求偏微分,然后联立求解偏微分后的方程进行重新组合,即可确定本构模型参数m和 $F_0$ 。将由M-C强度准则所确定的岩石微元强度 $F_j$ 的度量方法应用于模型中,其模型参数m的表达式为

$$m = -\frac{BF_{j}^{sc}}{(1 - D_{j}^{sc})\ln(1 - D_{j}^{sc})}$$
 (25)

其中,参数 B 表达式为

$$B = \frac{\left(\sigma_{\rm j}^{\rm sc} - 2\mu\sigma_{3}\right)^{2}}{\left(\sigma_{\rm j}^{\rm sc} - \alpha_{0}\sigma_{3}\right)E^{2}\varepsilon_{\rm sc}^{2}} \tag{26}$$

而将由 D-P 强度准则建立的岩石微元强度  $F_j$ 的 度量方法应用于模型中,即

$$m = -\frac{3F_{j}^{sc}(\sigma_{j}^{sc} - 2\mu\sigma_{3})}{E_{\varepsilon_{sc}}[3\alpha_{0}(\sigma_{j}^{sc} + 2\sigma_{3}) + \sqrt{3}(\sigma_{j}^{sc} - \sigma_{3})]\ln(1 - D_{j}^{sc})}$$
(27)

对于上述两种度量方法,另一模型参数  $F_0$ 的表达式相同,即

$$F_0 = \frac{F_{\rm j}^{\rm sc}}{\left[-\ln(1-D_{\rm j}^{\rm sc})\right]^{1/m}} \tag{28}$$

其中,  $D_j^{\text{sc}}$  可将  $\sigma_{1j} = \sigma_j^{\text{sc}}$  及  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\text{sc}}$  代入式(19)求得,即

$$D_{j}^{sc} = 1 - \frac{\sigma_{j}^{sc} - 2\mu\sigma_{3}}{E\varepsilon}$$
 (29)

结合式(18)和式(19),将  $\sigma_{1j} = \sigma_j^{sc}$  及  $\varepsilon = \varepsilon_{sc}$ 分别代入式(21)和式(22)可得  $F_j^{sc}$ 。对于 M-C 强度准则建立的静态岩石微元强度度量方法,则

$$F_{\rm j}^{\rm sc} = \frac{\left(\sigma_{\rm j}^{\rm sc} - \alpha_0 \sigma_3\right) E_{\varepsilon_{\rm sc}}}{\sigma_{\rm j}^{\rm sc} - 2\mu \sigma_3} - k_0 \tag{30}$$

对于 D-P 强度准则建立的静态岩石微元强度度量方法,则

$$F_{j}^{sc} = \frac{E_{\mathcal{E}_{sc}} \left[ 3\alpha_{1} \left( \sigma_{j}^{sc} + 2\sigma_{3} \right) + \sqrt{3} \left( \sigma_{j}^{sc} - \sigma_{3} \right) \right]}{3 \left( \sigma_{j}^{sc} - 2\mu\sigma_{3} \right)}$$
(31)

以上即为基于 M-C 强度准则与 D-P 强度准则 建立的静态本构模型参数的确定方法。

#### 2) 动态本构模型参数的确定方法

当岩石处于动载荷条件下,需考虑应变率的影响,故本研究选用式(18)对岩石动态微元强度  $F_a$  进行度量,并应用于本构模型中,以确定相应的模型参数表达式。故联立式(23)~(24),根据峰值点法 $^{[7,17]}$ 进行数学变换可确定动载荷条件下的模型参数 m 和  $F_a$ 的表达式为

$$m = -\frac{F_{\rm d}^{\rm sc} \left(\sigma_{\rm d}^{\rm sc} - 2\mu\sigma_{3}\right)}{E\varepsilon_{\rm sc}\left(\sigma_{\rm d}^{\rm sc} - \alpha_{0}\sigma_{3}\right)\ln(1 - D_{\rm d}^{\rm sc})} \quad (32)$$

$$F_0 = \frac{F_{\rm d}^{\rm sc}}{\left[-\ln(1 - D_{\rm d}^{\rm sc})\right]^{1/m}} \tag{33}$$

其中, $D_d^{sc}$  和  $F_d^{sc}$  的表达式分别为

$$D_{\rm d}^{\rm sc} = 1 - \frac{\sigma_{\rm d}^{\rm sc} - 2\mu\sigma_3}{E\varepsilon_{\rm sc}}$$
 (34)

$$F_{\rm d}^{\rm sc} = \frac{E\varepsilon_{\rm sc}(\sigma_{\rm d}^{\rm sc} - \alpha_{\rm 0}\sigma_{\rm 3})}{\sigma_{\rm d}^{\rm sc} - 2\mu\sigma_{\rm 3}} - k_{\rm 0} - A\ln\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{\rm 0}} - \frac{b(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{\rm s})^{n}}{(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{\rm s})^{n} + 1}$$
(35)

# 4 岩石静动态本构模型适用性分析

上述基于统计损伤理论建立了考虑应变率变化的岩石变形过程统计损伤模拟方法,并提出了静动态模型参数的确定方法,但该统计损伤模拟方法的适用性仍有待验证。为此,本研究引入相关试验资料对其适用性进一步研究。

#### 4.1 静态本构模型的适用性分析

为验证该模型在静载荷下的适用性,本研究将基于强度准则泛函式所建立的两种不同的静态岩石 微元强度度量方法,以及各自相对应的模型参数确

定方法应用于本构模型中,选取3组实验数据<sup>[18]</sup> 进行了对比验证。

引入关于大理石的常规三轴压缩破坏试验资料<sup>[18]</sup>进行分析,对试验曲线利用常规岩石力学方法进行数据处理分析,可得大理石常规力学参数为:弹性模量 E=51.14 GPa;泊松比 $\mu=0.24$ ;峰值时的内摩擦角 $\varphi_p=23.76^\circ$ ,黏聚力 $c_p=27.34$  MPa;屈服时的内摩擦角 $\varphi_y=34.18^\circ$ ,黏聚力 $c_y=17.32$  MPa。再将上述常规力学参数分别代入式(5)、(6)、(9)、(10),可得参数 $\alpha_0=2.598$ ,  $k_0=55.837$ ,  $\alpha_1=0.143$ ,  $k_1=15.033$ 。

基于 M-C 强度准则与 D-P 强度准则所确定的 静态模型参数见表 1 与表 2。将所得静态模型参数 以及大理石常规力学参数,代入本研究所建立的本 构模型中,即可得到基于 M-C 强度准则与 D-P 强度 准则的模型理论曲线,再与文献[18]的试验曲线列 在同一图中,进行对比分析,见图 2。

#### 表 1 基于 M-C 强度准则的本构模型参数

Tab. 1 Parameters of the constitutive model base on M-C strength criterion

围压/MPa	В	$D_{\mathrm{j}}^{\mathrm{sc}}$	$F_{\rm j}^{ m sc}$ /MPa	$F_0$ /MPa	m
5	0.0056	0.34	60.94	122.32	1.22
10	0.0063	0.28	57.81	118.77	1.53
20	0.0052	0.35	67.82	131.16	1.25

表 2 基于 D-P 强度准则的本构模型参数

Tab. 2 Parameters of the constitutive model base on D-P strength criterion

围压/MPa	$D_{ m j}^{ m sc}$	F j / MPa	$F_0$ /MPa	m
5	0.35	81.17	116.52	2.37
10	0.28	88.87	136.36	2.57
20	0.35	122.96	184.54	2.04

由图 2 可知,随着围压增高,大理石的峰值强度也随之增高;两条理论曲线都十分贴合试验曲线,可见该本构模型能够准确反映岩石在静载荷条件下的变形特性;在静载荷条件下,M-C强度准则与 D-P强度准则均能适用于不同的围压条件,M-C强度准则在高围压条件下的适用性稍优于 D-P强度准则,但由该两种强度准则用于泛函式中建立的本构模型均准确反映了岩石破坏前的应力-应变规律,从而体现出统计损伤理论用于模拟岩石静态变形破坏的优越性。

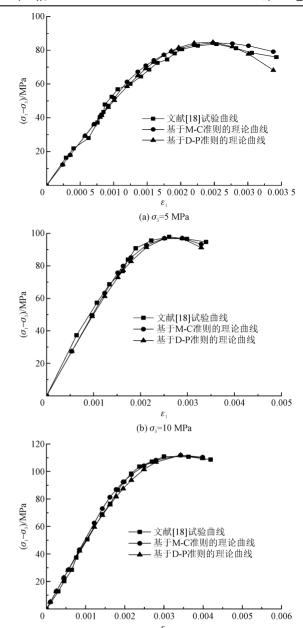


图 2 静态下理论与试验曲线比较

(c)  $\sigma$ =20 MPa

Fig. 2 Comparison of theoretical and experimental curves under static conditions

#### 4.2 动态模型的适用性分析

为验证该模型在动载荷下的适用性,将基于M-C强度准则的泛函式所建立的动态岩石微元强度度量方法,以及其对应的动态模型参数确定方法应用于本构模型中,选用了6组试验数据<sup>[19]</sup>,并与元件组合本构模型<sup>[5]</sup>进行对比验证。

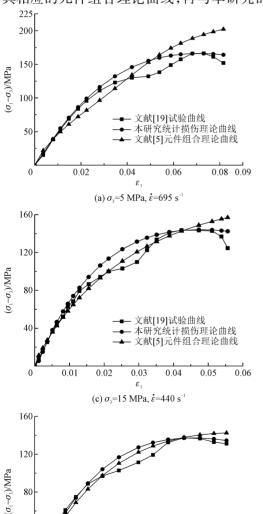
本研究引入盐岩 SHPB 试验资料<sup>[19]</sup>进行分析。 采用式(9)进行曲线拟合,可获得不同围压下的盐 岩动态屈服强度参数(表3)。对试验曲线利用常规 岩石力学方法进行数据处理分析,可得到盐岩静态 屈服强度指标  $\varphi_v = 8.34^\circ, c_v = 4.79 \text{ MPa}$ ,以及本构 模型参数(表4)。

#### 盐岩动态屈服强度参数

Tab. 3 Dynamic yeild strength parameters of the salt rock

围压/MPa	A	b	n	$\dot{\varepsilon}_0$ /s $^{-1}$	$\dot{\varepsilon}_s$ /s $^{-1}$	相关系数
5	0.040	95.37	1.52	10 -5	850.47	0.97
15	0.001	65.05	1.34	10 -5	500.35	0.99
25	0.005	48.35	7.83	10 -5	550.75	0.98

为了验证该统计损伤模拟方法的优越性,将引 用由元件组合建立的本构模型[5]进行分析计算,继 而获得其相应的元件组合理论曲线,再与本研究的

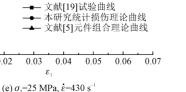


40

0.01

0.02

0.03

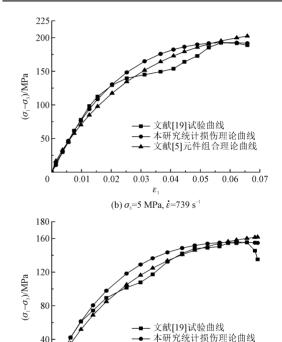


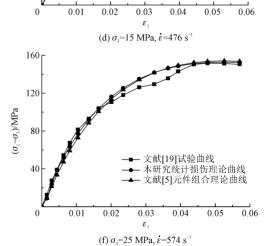
统计损伤理论曲线、试验曲线[19]列在同一曲线图中 进行对比分析(图3)。

#### 表 4 不同围压和应变率下的本构模型参数

Parameters of the constitutive model under different confining pressures and strain rates

围压/MPa	$\dot{\varepsilon}/\mathrm{s}^{-1}$	E/GPa	$\mu$	m	$F_0/\mathrm{MPa}$
5	695	5.10	0.37	1.11	384.07
	739	8.58	0.37	0.93	464.94
15	440	8.23	0.37	0.92	337.09
	476	8.54	0.37	0.86	366.18
25	430	7.34	0.37	0.95	331.53
	574	10.47	0.37	0.75	343.69





文献[5]元件组合理论曲线

图 3 动态下理论与试验曲线比较

Comparison of theoretical and experimental curves under dynamic conditions

由图 3 可知,相同围压条件下,随着应变率的增高,盐岩的强度也在升高,并且变形过程也各不相同。本研究的统计损伤理论曲线与试验曲线<sup>[19]</sup>更为贴合,模拟效果优于元件组合理论曲线,而基于元件组合理论建立的本构模型模拟效果相对较差,尤其是在峰值点附近偏差较大。虽然其部分理论曲线较为贴合试验曲线,但其缺点也相当显著,由元件组合理论构建本构模型需要引入多种不同的元件进行串并联组合,导致模型参数众多,且无法通过常规力学方法确定,工程实用性不高。相比之下,本研究基于统计损伤理论所建立的本构模型具有一定的优越性和工程实用性。

## 5 结 论

本研究从岩石强度准则泛函式入手,建立考虑 应变率变化的岩石微元强度度量方法,通过引入统 计损伤理论建立本构模型,对考虑应变率变化的岩 石静动态变形过程统计损伤模拟方法适用性进行了 深入研究。可得如下结论。

- 1)考虑应变率对岩石强度的影响,结合已有的静态岩石强度准则,建立了考虑应变率变化的岩石强度破坏准则泛函式,能解决静动载荷条件下的岩石强度问题,也为研究岩石静动态变形破坏过程模拟方法奠定基础。
- 2)基于本研究建立的考虑应变率变化的岩石微元强度度量方法,引入统计损伤理论建立出岩石静动态统计损伤本构模型,并提出了相应的静动态模型参数确定方法,进而建立出考虑应变率变化的岩石变形统计损伤模拟方法,能合理模拟静动载荷条件下岩石在不同围压以及不同应变率条件下的岩石变形破坏过程。
- 3)通过理论曲线与试验曲线的对比分析,模拟结果与试验曲线吻合良好,表明本研究提出的统计损伤模拟方法在模拟岩石变形破坏过程中,在静载荷条件下不会受选用 M-C 强度准则或 D-P 强度准则而影响模拟效果,在动载荷条件下模拟效果优于元件组合模型,具有良好的工程实用性。

#### 参考文献:

[1] 张平,李宁,贺若兰.含裂隙类岩石材料的局部化渐进破损模型研究[J].岩石力学与工程学报,2006,25(10):2043-2050.

ZHANG Ping, LI Ning, HE Ruolan. Research on localized progressive damage model for fractured rocklike materials [J]. Chinese

- journal of rock mechanics and engineering, 2006, 25 (10): 2043-2050 (in Chinese).
- [2] 张平,贺若兰,李夕兵,等. 深部岩石渐进破损本构模型及其应用[J]. 工程力学,2007,24(12):146-152.

  ZHANG Ping, HE Ruolan, LI Xibing, et al. Research on progressive damage constitutive model and its application to deep rock[J]. Engineering mechanics,2007,24(12):146-152(in Chinese).
- [3] 张亮亮,王晓健. 一种新的岩石非线性损伤蠕变模型[J]. 应用力学学报,2020,37(1):372-377.

  ZHANG Liangliang, WANG Xiaojian. A new nonlinear damage creep model of rocks[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2020,37(1):372-377(in Chinese).
- [4] 刘军忠,许金余,吕晓聪,等. 围压下岩石的冲击力学行为及动态统计损伤本构模型研究[J]. 工程力学,2012,29(1):55-63. LIU Junzhong,XU Jinyu,LÜ Xiaocong,et al. Study on dynamic behavior and damage constitutive model of rock under impact loading with confining pressure[J]. Engineering mechanics,2012,29(1):55-63(in Chinese).
- [5] 江雅勤,吴帅峰,刘殿书,等. 基于元件组合理论的砂岩动态损伤本构模型[J]. 爆炸与冲击,2018,38(4):827-833.

  JIANG Yaqin, WU Shuaifeng, LIU Dianshu, et al. Dynamic damage constitutive model of sandstone based on component combination theory[J]. Explosion and shock waves,2018,38(4):827-833(in Chinese).
- [6] 李海潮,张升. 基于修正 Lemaitre 应变等价性假设的岩石损伤模型[J]. 岩土力学,2017,38(5):1321-1326.

  LI Haichao, ZHANG Sheng. A constitutive damage model of rock based on the assumption of modified Lemaitre strain equivalence hypothesis[J]. Rock and soil mechanics,2017,38(5):1321-1326 (in Chinese).

[7] 曹文贵,赵衡,李翔,等.基于残余强度变形阶段特征的岩石变

- 形全过程统计损伤模拟方法[J]. 土木工程学报,2012,45(6): 139-145.

  CAO Wengui, ZHAO Heng, LI Xiang, et al. A statistical damage simulation method for rock full deformation process with consideration of the deformation characteristics of residual strength phase [J]. China civil engineering journal, 2012, 45(6): 139-145(in Chinese).
- [8] 张超,杨期君,曹文贵. 考虑初始缺陷与弹性模量的岩石变形破坏过程模拟方法[J]. 应用力学学报,2020,37(1):286-292.

  ZHANG Chao, YANG Qijun, CAO Wengui. Simulation method of rocks deformation and failure process considering initial imperfections and elastic modulus[J]. Chinese journal of applied mechanics,2020,37(1):286-292(in Chinese).
- [9] 尹杰,姜光成,胡乃联.基于不同准则的岩石统计损伤本构模型对比及其修正研究[J].矿业研究与开发,2015,35(12):101-105
  - YIN Jie, JIANG Guangcheng, HU Nailian. Comparison and modification on statistical damage constitutive models of rock based on different criterion [J]. Mining research and development, 2015, 35 (12):101-105 (in Chinese).

- [10] 曹文贵,林星涛,张超,等.基于非线性动态强度准则的岩石动态变形过程统计损伤模拟方法[J].岩石力学与工程学报,2017,36(4):794-802.
  - CAO Wengui, LIN Xingtao, ZHANG Chao, et al. A statistical damage simulation method of dynamic deformation process for rocks based on nonlinear dynamic strength criterion [J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2017, 36(4):794-802 (in Chinese).
- [11] 贾逸,魏良帅,黄安邦,等.高应力区岩石统计损伤本构模型研究[J].水文地质工程地质,2019,46(2):118-124.

  JIA Yi,WEI Liangshuai, HUANG Anbang, et al. A study of the statistical damage constitutive model of rock in high stress areas[J].

  Hydrogeology & engineering geology, 2019, 46(2):118-124(in Chinese).
- [12] 张超,雷勇,曹文贵. 考虑软硬物质双变形特征的脆性岩石损伤本构模型研究[J]. 应用力学学报,2020,37(3):1166-1171. ZHANG Chao, LEI Yong, CAO Wengui. Damage constitutive model of brittle rocks considering double deformation characteristics of soft and hard materials [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2020,37(3):1166-1171(in Chinese).
- [13] LI G, TANG C A. A statistical meso-damage mechanical method for modeling trans-scale progressive failure process of rock [J]. International journal of rock mechanics and mining sciences, 2015, 74: 133-150.
- [14] LI X,CAO W G,SU Y H. A statistical damage constitutive model for softening behavior of rocks[J]. Engineering geology,2012,143-144:1-17.

- [15] 戚承志,钱七虎. 岩石等脆性材料动力强度依赖应变率的物理机制[J]. 岩石力学与工程学报,2003,22(2):177-181.

  QI Chengzhi, QIAN Qihu. Physical mechanism of dependence of material strength on strain rate for rock-like material[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering,2003,22(2):177-181 (in Chinese).
- [16] LEMAITRE J. How to use damage mechanics [J]. Nuclear engineering and design, 1984, 80(2):233-245.
- [17] 杨明辉,赵明华,曹文贵. 岩石损伤软化统计本构模型参数的确定方法[J]. 水利学报,2005,36(3):345-349.
  YANG Minghui, ZHAO Minghua, CAO Wengui. Method for determining the parameters of statistical damage softening constitutive model for rock[J]. Journal of hydraulic engineering,2005,36(3): 345-349(in Chinese).
- [18] YANG S Q, JIANG Y Z, XU W Y, et al. Experimental investigation on strength and failure behavior of pre-cracked marble under conventional triaxial compression [J]. International journal of solids and structures, 2008, 45 (17);4796-4819.
- [19] 方秦,阮征,翟超辰,等. 围压与温度共同作用下盐岩的 SHPB 实验及数值分析[J]. 岩石力学与工程学报,2012,31(9): 1756-1765.
  - FANG Qin, RUAN Zheng, ZHAI Chaochen, et al. Split hopkinson pressure bar test and numerical analysis of salt rock under confining pressure and temperature [J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2012, 31(9):1756-1765 (in Chinese).

(编辑 李坤璐)